Eq. cardinali della Statica

$$\begin{cases} \underline{R} = 0 \\ \underline{M} = 0 \end{cases} \quad \text{i} \quad \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = 0 \quad \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = 0 \quad \text{i} \quad \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = 0 \quad M_z = 0$$

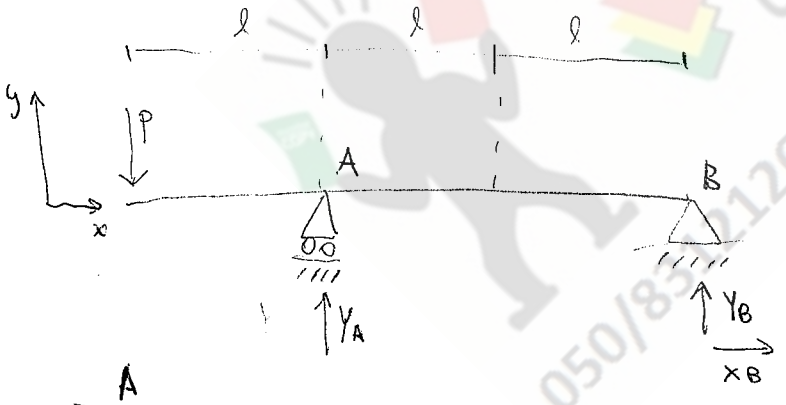
Nello spazio — Nel piano

Forze attive e reattive

$$\begin{cases} R_x^{(a)} + R_{yx}^{(r)} = 0 \\ R_y^{(a)} + R_y^{(r)} = 0 \\ M_z^{(a)} + M_z^{(r)} = 0 \end{cases}$$

Esempio

Andiamo a considerare una trave (STRUTTURA ISOSTATICA)





VINCOLO semplice: carrello (bilaterale)

$$u_A = u_{Ax}\,\underline{i} + u_{Ay}\,\underline{j}$$

$$\varphi_A$$

SPOSTAMENTI POSSIBILI
- u_{Ax} qualunque (∀)
- $u_{Ay} = 0$
- φ qualunque (∀)

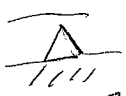
REAZIONI DEL VINCOLO
- $X_A = 0$
- Y_A qualunque
- $M_A = 0$

Principio di Eulero

Ad ogni spostamento impedito dal vincolo corrisponde una reazione da parte del vincolo

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745
MASTER COPY Tel. 050 8312126 Cell. 388 9837745

B



Spostamenti possibili:
- $u_{Bx} = 0$
- $u_{By} = 0$
- φ (F) — significa che può esserci rotazione

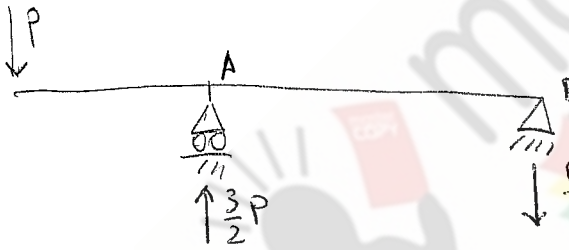
Reaz. del vincolo:
- X_B ∀
- Y_B ∀
- $M_B = 0$

Risolvo il sistema

$$\begin{cases} X_B = 0 \\ Y_A + Y_B - P = 0 \\ Y_A\, 2\ell - P \cdot 3\ell = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} X_B = 0 \\ Y_B = P - \frac{3}{2}P = -\frac{1}{2}P \\ Y_A = \frac{3\ell}{2\ell} \cdot P = \frac{3}{2}P \end{cases}$$

SOLUZIONI:

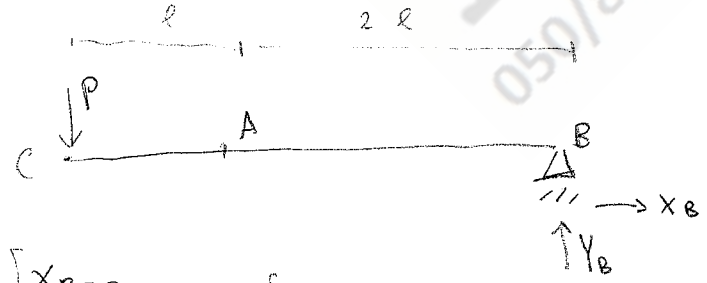
$$\begin{cases} X_B = 0 \\ Y_A = \frac{3}{2}P \\ Y_B = -\frac{1}{2}P \end{cases}$$



Esempio

IPOTIZZIAMO DI RIMUOVERE IL VINCOLO IN A:

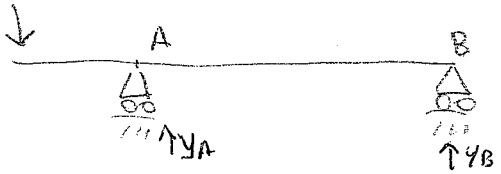
(Sarà impossibile risolvere il sistema)



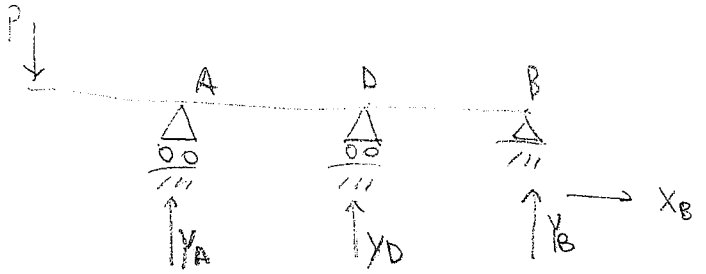
$$\begin{cases} X_B = 0 \\ Y_B - P = 0 \\ Y_B = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} Y_B = P \end{cases}$$

Impossibile

Esempio togliamo un grado di vincolo in B (SIST. LABILE)

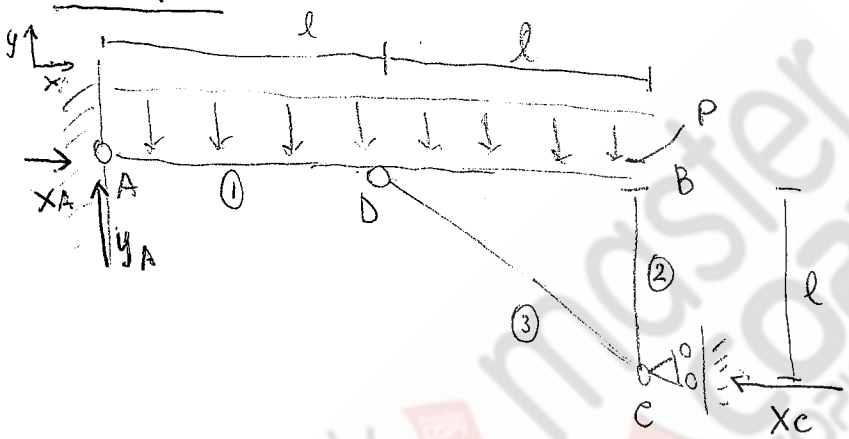


Es. se mettiamo un ulteriore vincolo 2/3/2015 (2)



STRUTTURA IPERSTATICA (non risolvibile con le sole equazioni della statica)

Esempio



Abbiamo 3 corpi: trave AB, trave BC, trave CD

A

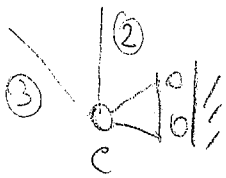
$\underline{u}_A = u_{Ax}\underline{i} + u_{Ay}\underline{j}$

φ

$\begin{cases} u_{Ax} = 0 \\ u_{Ay} = 0 \\ \varphi \ \forall \end{cases}$ $\begin{cases} X_A = \forall \\ X_A \ \forall \\ M_A = 0 \end{cases}$

C

Spostamento del punto C

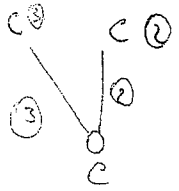


$u_{Cx} = 0$ $\quad X_C = \forall$

$u_C \ \forall$ $\quad Y_C = 0$

$\varphi \ \forall$ $\quad M_C = 0$

Movimenti RELATIVI di C rispetto alle travi ② e ③



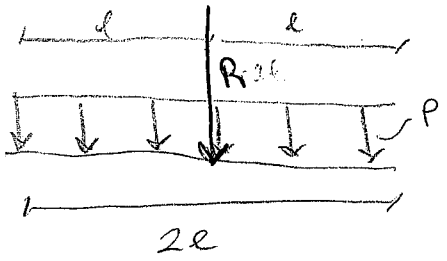
$u_{Cx}^{②} - u_{Cx}^{③} = 0$

$u_{Cy}^{②} - u_{Cy}^{③} = 0$

$\varphi_C^{③} - \varphi_C^{②} = 0$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 338 9837745

Vediamo il carico ripartito P:



$R = p \cdot 2l$

p ↑ minuscola perché è un carico ripartito

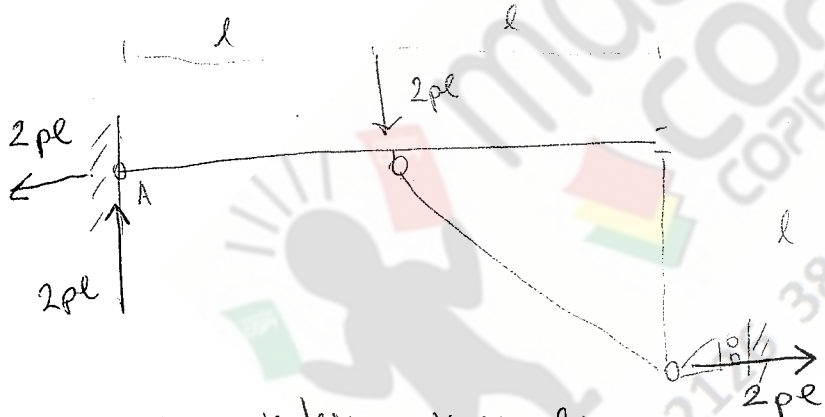
Vediamo ora l'equilibrio dell'intera struttura

$$\begin{cases} X_A - X_C = 0 \\ Y_A - 2pl = 0 \\ X_C \cdot l + 2p\,l \cdot \frac{l}{l^2} = 0 \end{cases}$$

SOLUZIONI:

$$\begin{cases} X_A = -2pl \\ Y_A = 2pl \\ X_C = -2pl \end{cases}$$

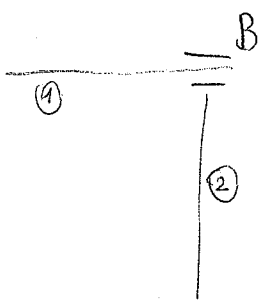
è venuto negativo perché il verso ipotizzato all'inizio è sbagliato



Bisognerà ora vedere i vincoli interni per capire se il corpo è in equilibrio

STUDIO DEI VINCOLI INTERNI:

Vincolo interno (bipendolo)



$u_{Bx}^{(1)} - u_{Bx}^{(2)} \quad \forall$ (lo spostamento orizzont. tra i 2 corpi è concesso)

$u_{By}^{(1)} - u_{By}^{(2)} = 0$ (non è concesso lo spostam. verticale)

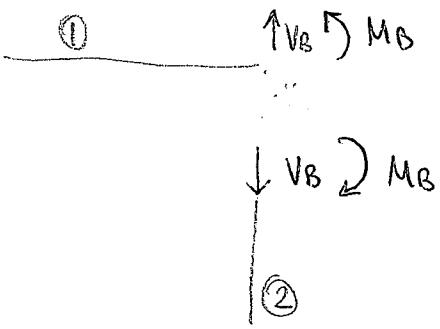
$\varphi_B^{(1)} - \varphi_B^{(2)} = 0$ (non possono ruotare (mutuamente) ma devono mantenere lo stesso angolo)

chiamiamo con H gli spost. orizzontali e con V quelli verticali:

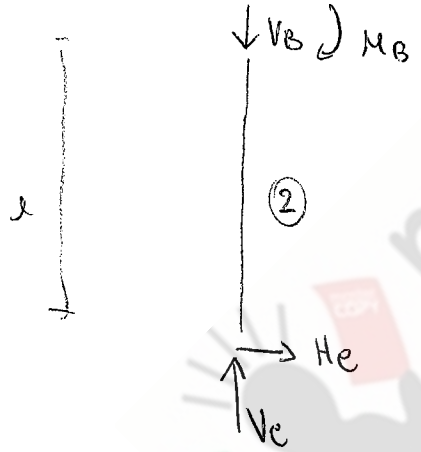
$H_B = 0$
$V_B \cdot \forall$
$M_B \; \forall$

} VINCOLI INTERNI (trasmettono solo reazioni)

posso spezzare il vincolo e sostituire le reazioni vincolari



Impongo l'equilibrio interno del corpo 2 avendo tagliato la trave vicino la cerniera in C



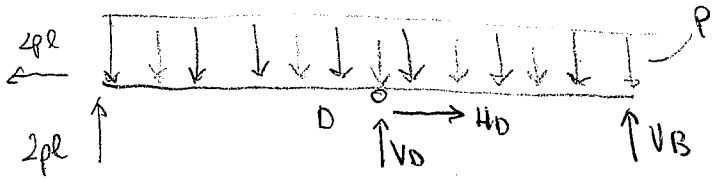
$$\begin{cases} H_C = 0 \\ V_C - V_B = 0 \Rightarrow V_C = V_B \\ H_C \cdot \ell - M_B = 0 \Rightarrow M_B = 0 \end{cases}$$

perché $H_C = 0$

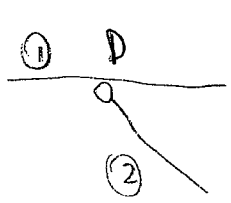
quindi nella trave a sinistra ho solo V_B e V_C



Esaminiamo adesso cosa succede in D



Riporto nel disegno i risultati



$$\begin{cases} u_{Dx}^{①} - u_{Dx}^{③} = 0 \\ u_{Dy}^{①} - u_{Dy}^{③} = 0 \\ \varphi_D^{①} - \varphi_D^{③} \quad \forall \end{cases} \qquad \begin{cases} H_D \quad \forall \\ V_D \quad \forall \\ M_D = 0 \end{cases}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745